

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathematik: Analyse und Ansätze

Grundstufe

2. Klausur

11. November 2025

Zone A Vormittag | Zone B Vormittag | Zone C Vormittag

Prüfungsnummer des Kandidaten

1 Stunde 30 Minuten

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur wird ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) benötigt.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Answerheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Answerhefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze GS** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[80 Punkte]**.



Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Lösungen, die mit einem grafikfähigen Taschenrechner (GTR) berechnet werden, sollten von einem passenden Rechenweg begleitet werden. Wenn Sie zum Beispiel Graphen zum Finden einer Lösung verwenden, sollten Sie diese als Teil Ihrer Antwort skizzieren. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

Teil A

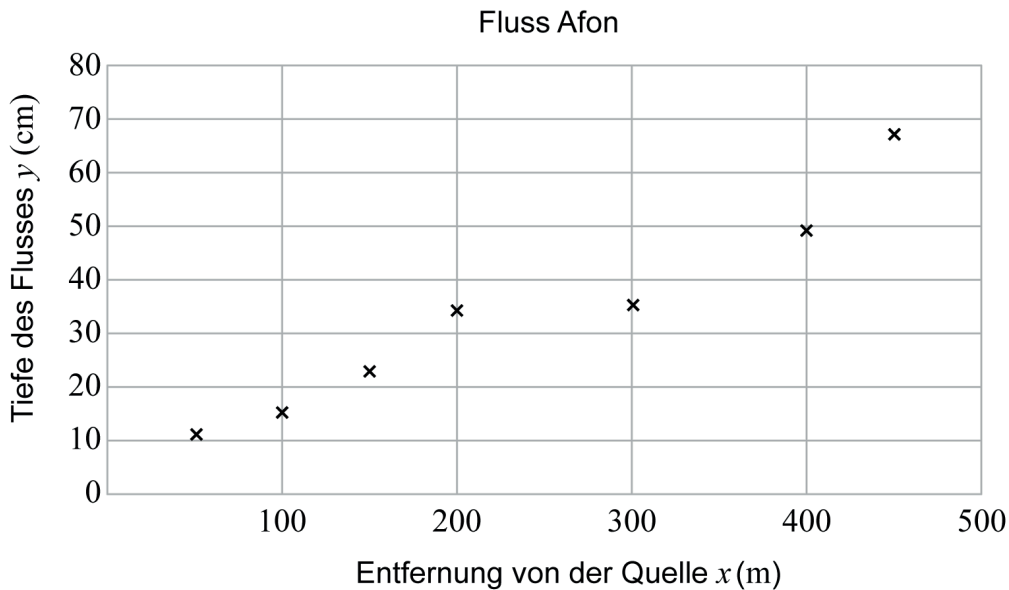
Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 7]

Kiran und Logan sammeln die folgenden Daten über den Fluss Afon. Dabei ist x die Entfernung in Metern von der Quelle und y die Tiefe in Zentimetern.

Entfernung von der Quelle x (m)	50	100	150	200	300	400	450
Tiefe y (cm)	11	15	23	34	35	49	67

Diese Daten sind im folgenden Streudiagramm dargestellt.



(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



(Fortsetzung Frage 1)

Kiran weiß, dass die Tiefe des Flusses an der Quelle 0 cm beträgt.

Kiran berechnet \bar{x} and \bar{y} für die sieben Punkte in der Tabelle auf Seite 2 und zeichnet im Streudiagramm eine Gerade durch den Mittelwertpunkt (\bar{x}, \bar{y}) und den Punkt $(0, 0)$.

(a) Finden Sie

(i) die Werte von \bar{x} und \bar{y} ;

(ii) die Gleichung von Kiran's Gerade.

[3]

Für die sieben in der Tabelle angegebenen Punkte findet Logan die Regressionsgerade von y auf x . Sie hat die Gleichung $y = ax + b$, mit $a, b \in \mathbb{R}$.

(b) Bestimmen Sie die Werte von a und b .

[2]

(c) Schätzen Sie anhand Logans Gleichung der Regressionsgeraden die Tiefe des Flusses bei einer Entfernung von 350 m von der Quelle.

[2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Maximale Punktzahl: 5]

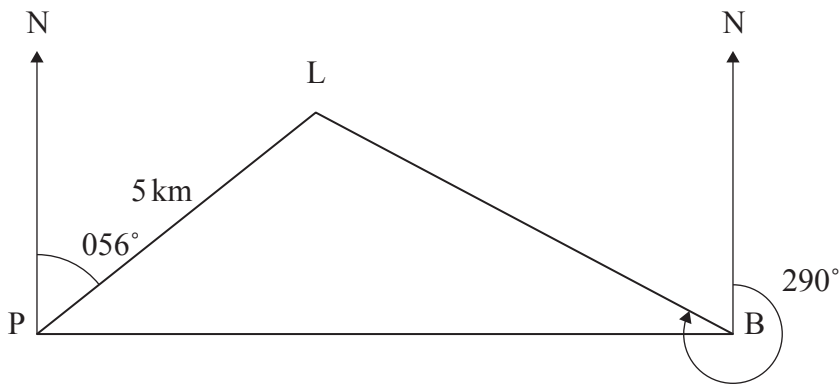
Ein Boot legt von einem Hafen P ab und fährt unter einem Richtungswinkel von 090° bis zum Punkt B.

Ein Leuchtturm L befindet sich 5 km von P entfernt und wird unter einem Richtungswinkel von 056° gesehen.

Der Richtungswinkel zum Leuchtturm von B aus beträgt 290° .

Dies ist im folgenden Diagramm dargestellt.

Zeichnung nicht maßstabsgerecht



- (a) Finden Sie den Winkel $\hat{L}PB$. [1]
- (b) Finden Sie LB , also den Abstand zwischen den Punkten L und B. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

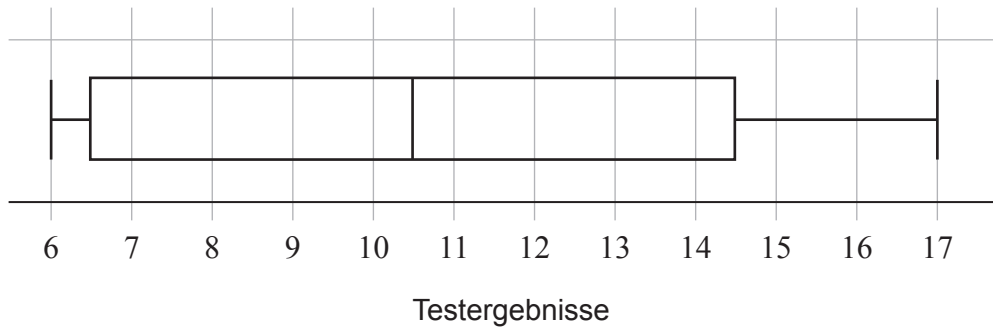
.....

4. [Maximale Punktzahl: 6]

Eine Lehrerin führte in ihrer Klasse mit 30 Schülern einen Test durch.

Aiden und Brett waren am Tag des Tests abwesend.

Das folgende Box- und Whisker-Diagramm zeigt die Ergebnisse der 28 Schüler, die am Tag des Tests an ihm teilgenommen haben.



Aiden und Brett führten den Test nach ihrer Rückkehr in die Schule durch.

Aiden erzielte weniger als 6 Punkte.

Brett erzielte mehr als 17 Punkte.

(a) Erläutern Sie kurz, warum der Medianwert für alle 30 Schüler noch immer 10,5 beträgt. [1]

Die durchschnittliche Punktzahl der 28 Schüler betrug 10,5.

Der Durchschnittswert für alle 30 Schüler beträgt jetzt 10,6.

Die Streubreite der Punktzahlen für alle 30 Schüler beträgt 14.

(b) Bestimmen Sie die Punktzahlen von Aiden und Brett. [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Maximale Punktzahl: 6]

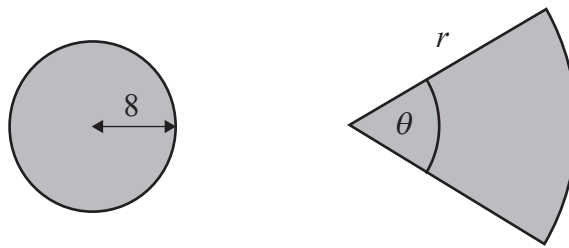
Betrachten Sie einen Kreis und einen Kreisausschnitt.

Der Radius des Kreises beträgt 8 mm .

Der Radius des Ausschnitts ist r mm , und der spitze Mittelpunktswinkel ist θ (im Bogenmaß).

Dies ist im folgenden Diagramm dargestellt.

Zeichnung nicht maßstabsgerecht



Der Umfang des Kreisausschnitts beträgt das 1,5-fache des Kreisumfangs.

(a) Zeigen Sie, dass $r = \frac{24\pi}{2 + \theta}$. [3]

Es gilt, dass die Flächeninhalte des Kreises und des Kreisausschnitts gleich groß sind.

(b) Bestimmen Sie den Wert von θ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



6. [Maximale Punktzahl: 7]

Ein Gartencenter verkauft Samen für die beiden Sonnenblumensorten: groß und riesig.

Die Werte der Wachstumshöhe der großen Sonnenblumen sind normalverteilt mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ .

Es ist bekannt, dass 25 % der großen Sonnenblumen eine Höhe von über 180 cm erreichen.

(a) Es gelte $\mu + A\sigma = 180$, mit $A \in \mathbb{R}$. Finden Sie den Wert von A . [3]

Die Werte der Wachstumshöhe der riesigen Sonnenblumen sind ebenfalls normalverteilt.

Die durchschnittliche Höhe der riesigen Sonnenblumen ist 35 cm größer, und ihre Standardabweichung ist doppelt so groß wie die der großen Sonnenblumen.

Es ist bekannt, dass 98 % der riesigen Sonnenblumen eine Höhe von mehr als 180 cm erreichen.

(b) Bestimmen Sie μ und σ . [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Answerheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

7. [Maximale Punktzahl: 12]

Andy und Jess haben jeweils 5000 \$.

Andy investiert das Geld in einen neuen Sparplan, bei dem am Ende jedes Monats Zinsen ausbezahlt werden.

Andy erhält jeden Monat einen festen Zinsbetrag, der sich auf 0,315 % der ursprünglichen Investition beläuft.

- (a) (i) Bestimmen Sie den Zinsbetrag, den Andy am Ende eines jeden Monats erhält. Geben Sie diese Antwort auf zwei Dezimalstellen genau an.
- (ii) Bestimmen Sie unter Nutzung der Vorarbeit den Zinsbetrag, den Andy jedes Jahr erhält.
- (iii) Schreiben Sie einen Ausdruck in der Form $5000 + pn$, mit $p \in \mathbb{Z}^+$, für den Geldbetrag, den Andy am Ende von n Jahren in seinem Sparplan hat.
- (iv) Zeigen Sie unter Nutzung der Vorarbeit, dass Andy am Ende von 5 Jahren 5945\$ in seinem Sparplan hat

[4]

Geben Sie im folgenden Teil, soweit zutreffend, alle Antworten auf volle Dollarbeträge gerundet an.

Jess legt ihre 5000\$ auf einem neuen Konto an, auf dem jährlich kumulierend 3 % Zinsen gutgeschrieben werden.

- (b) (i) Bestimmen Sie den Geldbetrag, der sich am Ende von 5 Jahren auf dem Konto von Jess befindet.
- (ii) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit den gesamten Zinsbetrag, den Jess in den 5 Jahren erhält.
- (c) (i) Schreiben Sie einen Ausdruck in der Form $5000 \times q^n$, mit $q \in \mathbb{R}^+$, für den Geldbetrag, den Jess am Ende von n Jahren auf ihrem Konto hat.
- (ii) Bestimmen Sie unter Nutzung der Vorarbeit den Mindestwert an vollen Jahren, so dass Jess mehr Geld auf ihrem Konto hat als Andy in seinem Sparplan.

[3]

[5]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

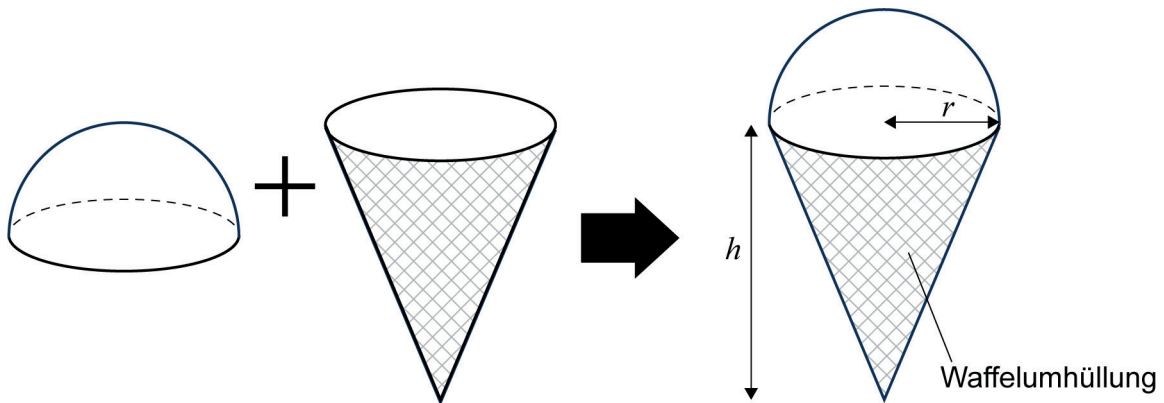
8. [Maximale Punktzahl: 15]

Ein Hersteller erfindet ein neues Eiscreme-Produkt, das aus zwei Teilen besteht.

Der obere Teil besteht aus einer Halbkugel aus Eis mit dem Radius r cm.

Der untere Teil besteht aus einem Eiscreme-Kegel mit dem Radius r cm und der Höhe h cm, der mit einer Waffel umhüllt ist.

Dies ist im folgenden Diagramm dargestellt.



(a) Betrachten Sie den Fall mit $r = 3$ und $h = 8$.

(i) Zeigen Sie, dass das Eiscreme-Gesamtvolumen V 132 cm^3 beträgt, und zwar auf 3 signifikante Stellen genau.

(ii) Bestimmen Sie den Wert der gekrümmten Oberfläche S der Waffelumhüllung. [7]

Der Hersteller ändert die Abmessungen des Produkts so, dass das Gesamtvolumen V der Eiscreme 120 cm^3 beträgt.

(b) Zeigen Sie, dass $h = \frac{360 - 2\pi r^3}{\pi r^2}$. [3]

(c) Zeigen Sie unter Nutzung der Vorarbeit, dass für die gekrümmte Oberfläche S der Waffelumhüllung gilt: $S = \pi r \sqrt{r^2 + \left(\frac{360 - 2\pi r^3}{\pi r^2}\right)^2}$. [2]

Der Hersteller möchte den kleinstmöglichen Wert von S verwenden.

(d) Bestimmen Sie den kleinsten Wert von S und den entsprechenden Wert von r . [3]

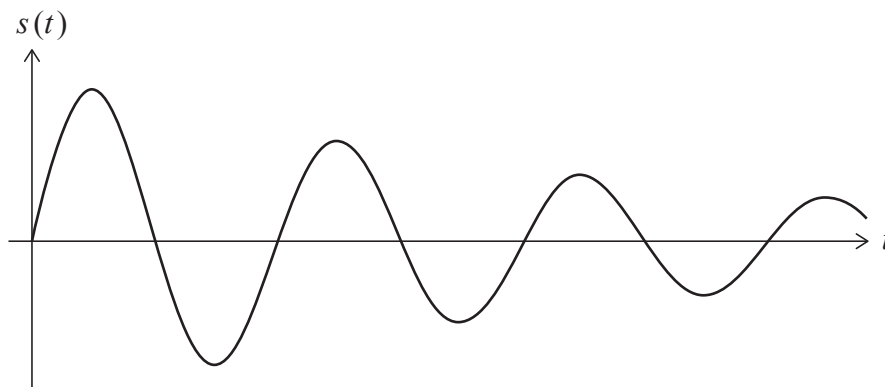


Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

9. [Maximale Punktzahl: 17]

Ein Teilchen P bewegt sich auf einer geraden Linie so, dass für seine Auslenkung s cm, von einem festen Punkt O zur Zeit t Sekunden gilt: $s(t) = 2^{\left(1-\frac{t}{5}\right)} \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$, mit $t \geq 0$.

Das folgende Diagramm zeigt einen Teil des Graphen von $y = s(t)$.



- (a) Finden Sie
 - (i) die größte Auslenkung des P von O ;
 - (ii) die maximale Geschwindigkeit des P . [5]
 - (b) Finden Sie
 - (i) den Minimalwert der Auslenkungsfunktion $s(t)$;
 - (ii) die Auslenkung des Teilchens P von O für $t = 3,5$. [3]
 - (c) Bestimmen Sie unter Nutzung der Vorarbeit die von P in den ersten 3,5 Sekunden zurückgelegte **Gesamtstrecke**. [3]
- $t = T$ sei der Zeitpunkt, an dem P zum ersten Mal zu O zurückkehrt.
- (d) Notieren Sie den Wert von T . [1]

(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

(Fortsetzung Frage 9)

Das Teilchen durchläuft O alle T Sekunden.

Es wird eine Folge $u_1, u_2, u_3 \dots$ gebildet, wobei $u_1, u_2, u_3 \dots$ die größten **Entfernungen** von O in jedem der Intervalle $0 < t < T$, $T < t < 2T$, $2T < t < 3T \dots$ bezeichnen.

Es ist bekannt, dass $u_1, u_2, u_3 \dots$ eine geometrische Folge bilden.

- (e) (i) Bestimmen Sie den Wert des gemeinsamen Verhältnisses r dieser geometrischen Folge.
- (ii) Berechnen Sie die vom Teilchen zurückgelegte **Gesamtstrecke**, wenn es sich unendlich lange so weiterbewegen würde.

[5]



Disclaimer:

Die bei IB-Prüfungen verwendeten Inhalte entstammen häufig Originalwerken von Dritten. Die in ihnen geäußerten Meinungen sind die der jeweiligen Autoren oder Autorinnen und/oder Herausgeber und Herausgeberinnen und geben nicht notwendigerweise die Ansichten von IB wieder. Unternehmen, Produkte oder Personen, die in der Vorlage genannt werden, sind manchmal fiktiv; jede Ähnlichkeit mit tatsächlichen Einrichtungen ist rein zufällig. Alle enthaltenen anerkannten Marken™ oder registrierten Marken® werden nur zur Veranschaulichung verwendet, und die Verwendung impliziert keine Zugehörigkeit zum International Baccalaureate oder eine Befürwortung durch dieses.



16EP14

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



16EP15

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



16EP16